ESERCIZIO 4: Si consideri la procedura utilizzata dal TCP per stimare il *Round Trip Time* (RTT). Siano **SampleRTT**$^{(n)}$ ed **EstimatedRTT**$^{(n)}$ $(n \geq 1)$ la misura del campione n.mo e della stima corrispondente di RTT rispettivamente e sia **EstimatedRTT**$^{(1)}$**=SampleRTT**$^{(1)}$ la condizione iniziale. Il candidato:

1. esprima **EstimatedRTT**$^{(1)}$, **EstimatedRTT**$^{(2)}$, **EstimatedRTT**$^{(3)}$, ed **EstimatedRTT**$^{(4)}$ in funzione dei **SampleRTT**$^{(n)}$;
2. valuti la relazione ricavata al punto precedente nel caso in cui **SampleRTT**$^{(n)}$ = Δ, dove Δ è una costante reale positiva;
3. generalizzi il caso precedente per $n \geq 2$ qualsiasi, ricavi l'espressione del $\lim\limits_{n \to \infty} EstimatedRTT^{(n)}$ ed interpreti il risultato ottenuto.

RISOLUZIONE

1. Partiamo dalla relazione generale, valida $\forall n \geq 2$

$$\mathbf{EstimatedRTT}^{(n)}=\alpha*\mathbf{EstimatedRTT}^{(n-1)}+(1-\alpha)*\mathbf{SampleRTT}^{(n)} \qquad (4.1)$$

con la condizione iniziale

$$\mathbf{EstimatedRTT}^{(1)}=\mathbf{SampleRTT}^{(1)} \qquad (4.2)$$

Ovviamente $\alpha < 1$.

Valutiamo la (4.1) nel caso in cui $n = 2$.

$$\mathbf{EstimatedRTT}^{(2)}=\alpha*\mathbf{EstimatedRTT}^{(1)}+(1-\alpha)*\mathbf{SampleRTT}^{(2)} \qquad (4.3)$$

Sostituendo al (4.2) nella (4.3)

$$\mathbf{EstimatedRTT}^{(2)}=\alpha*\mathbf{SampleRTT}^{(1)}+(1-\alpha)*\mathbf{SampleRTT}^{(2)} \qquad (4.4)$$

Valutiamo la (4.1) nel caso in cui $n = 3$.

$$\mathbf{EstimatedRTT}^{(3)}=\alpha*\mathbf{EstimatedRTT}^{(2)}+(1-\alpha)*\mathbf{SampleRTT}^{(3)} \qquad (4.5)$$

Sostituendo la (4.4) nella (4.5), dopo alcuni passaggi algebrici si ottiene

$$\mathbf{EstimatedRTT}^{(3)}=\alpha^2*\mathbf{SampleRTT}^{(1)}+(1-\alpha)*\alpha*\mathbf{SampleRTT}^{(2)}+(1-\alpha)*\mathbf{SampleRTT}^{(3)} \qquad (4.6)$$

Valutiamo la (4.1) nel caso in cui $n = 4$. Procedendo come negli altri due casi, dopo alcuni passaggi algebrici si perviene al seguente risultato

$$\textbf{EstimatedRTT}^{(4)}=\alpha^3*\textbf{SampleRTT}^{(1)}+(1-\alpha)*\alpha^2*\textbf{SampleRTT}^{(2)}+(1-\alpha)*\alpha*\textbf{SampleRTT}^{(3)}+(1-\alpha)*\textbf{SampleRTT}^{(4)} \quad (4.7)$$

2. Nel caso in cui $\textbf{SampleRTT}^{(n)} = \Delta$ la (4.7) diventa:

$$\textbf{EstimatedRTT}^{(4)}=\alpha^3*\Delta+(1-\alpha)*\alpha^2*\Delta+(1-\alpha)*\alpha*\Delta+(1-\alpha)*\Delta \quad (4.8)$$

3. Dalla (4.8) è possibile intuire l'espressione generale per **EstimatedRTT**$^{(n)}$, $\forall n \geq 2$. Infatti

$$EstimatedRTT^{(n)} = \alpha^{n-1}\Delta + (1-\alpha)\sum_{k=0}^{n-2}\alpha^k\Delta \quad (4.9)$$

e quindi

$$= \Delta\alpha^{n-1} + (1-\alpha)\Delta\left(\frac{1-\alpha^{n-1}}{1-\alpha}\right) \quad (4.10)$$

Di conseguenza

$$EstimatedRTT^{(n)} = \Delta, \ \forall n \geq 1 \quad (4.11)$$

per cui

$$\lim_{n \to \infty} EstimatedRTT^{(n)} = \Delta \quad (4.12)$$

Il risultato (4.12) dovevamo aspettarcelo in quanto se il *Round Trip Time* misurato è costante allora anche il *Round Trip Time* stimato non può che essere costante